UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERIA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA



PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

"MODELAMIENTO DE LOS CAMPOS ELECTROSTATICOS BIDIMENSIONALES CON DOMINIO RECTANGULAR, UTILIZANDO EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS"

AUTOR: Mg. Ing. SANTIAGO LINDER RUBIÑOS JIMENEZ

PROFESOR COLABORADOR: Ing. CESAR AUGUSTO SANTOS MEJÍA

ESTUDIANTE DE APOYO : Est. Maria Teresa Alvarado Ortiz

Callao - 2014

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES

1.1 TITULO DEL PROYECTO:

"MODELACIÓN DE LOS CAMPOS ELECTROSTATICOS BIDIMENSIONALES CON DOMINIO RECTANGULAR, UTILIZANDO EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS"

1.2 FACULTAD DE INGENIERIA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

1.3 INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN DE INGENIERIA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

1.4. INVESTIGADOR RESPONSABLE:

RUBIÑOS JIMENEZ, Santiago Linder
Profesor Nombrado
Categoría Auxiliar, Tiempo Completo, Código Nº 1579
Profesión: Ingeniero Electricista
Grado Académico: Maestro en Ingeniería Eléctrica
CIP: 112655

1.5 PROFESOR ORDINARIO. PARTICIPANTE

SANTOS MEJÍA, Cesar Augusto, Código N°
Profesor Nombrado
Categoría Asociado, Tiempo Completo
Profesión: Ingeniero Electricista

1.6 ESTUDIANTE DE APOYO

SOTO ALTAMIRANO, Alejandro Martin
Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
Escuela Profesional de Ingeniería Eléctrica
VI ciclo de formación profesional
Código Estudiante:

1.7 PERSONAL ADMINISTRATIVO DE APOYO

Ninguno

1.8 DURACION DEL PROYECTO:

Veinticuatro (24) meses

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACION.

2.1 DESCRIPCIÓN Y DETERMINACIÓN DEL PROBLMA A INVESTIGAR

Sabemos que hoy en día existen muchos estudios sobre los campos electrostáticos, estudios que parten desde la ingeniería aplicada hasta los efectos nocivos sobre la salud humana; en ese sentido para poder estudiar los campos electrostáticos, debemos aprender a modelarlos a través de expresiones matemáticas que nos permitan conceptuar los diversos estudios que se quieran realizar, por otro lado, en los estudios que se desarrollan a nivel de pre grado (universidades), solo se modela los campos electrostáticos e una sola dimensión, en muchos casos idealizándolos, motivo por el cual el presente trabajo de investigación titulado **MODELACIÓN DE LOS CAMPOS ELECTROSTATICOS BIDIMENSIONALES CON DOMINIO RECTANGULAR, UTILIZANDO EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS"**, que es de naturaleza teórica y experimental, tiene el propósito de modelar los campos electrostáticos en dos dimensiones, teniendo como dominio el sistema rectangular, y para efectos de análisis y cálculos, se utilizará el método de las diferencias finitas, método computacional que nos permitirá obtener resultados rápidos, y analizar o interpretar los diferentes fenómenos,

para ello utilizaremos de acuerdo a la complejidad del caso, el software MATLAB.

El método de diferencias finitas para nuestro caso, consistirá en aproximar las ecuaciones diferenciales por ecuaciones en diferencias obtenidas usualmente a partir del truncamiento de las series de Taylor, este resultado constituirá un sistema de ecuaciones lineales, el cual se deberá resolver numéricamente en una computadora, utilizando un software.

2.2 FORMULACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El planteamiento del problema se puede realizar con la siguiente pregunta:

¿De qué manera el METODO DE LAS DIFERENCIAS FINITAS, contribuye al MODELADO DE LOS CAMPOS ELECTROSTATICOS BIDIMENSIONALES CON DOMINIO RECTANGULAR?

En la actualidad el método de las diferencias finitas se está implementando para el desarrollo de las ecuaciones diferenciales, en nuestro caso aplicaremos este método para la modelación y resolución de problemas de campos electrostáticos, así como en el análisis correspondiente de la solución obtenida.

2.3 ENUNCIADO DEL PROBLEMA

¿Es posible Modelar los campos electrostáticos bidimensionales con dominio rectangular, utilizando el método de diferencias finitas?

III. OBJETIVOS Y ALCANCE DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 OBJETIVO GENERAL:

Elaborar Modelos de campos electrostáticos bidimensionales con dominio rectangular utilizando el método de diferencias finitas.

3.2 OBJETIVO ESPECÍFICO:

Desarrollar aplicaciones de problemas electrostáticos bidimensionales con dominio rectangular.

3.3 ALCANCES DE LA INVESTIGACIÓN

El presente trabajo de investigación permitirá evaluar las incidencias de los diferentes campos electrostáticos, a través del modelo que podamos obtener y la solución utilizando el método de diferencias finitas.

A su vez el presente trabajo de investigación permitirá al estudiante de ingeniería utilizar las herramientas computacionales como el MATLAB, para aplicar la solución numérica del método de diferencias finitas.

IV. IMPORTANCIA Y JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

4.1 IMPORTANCIA DE LA INVESTIGACIÓN

El Presente trabajo de investigación será de suma importancia porque constituye un trabajo de divulgación científica, donde se realizará la implementación de aplicaciones que permitan analizar el comportamiento de los campos electrostáticos, desde su modelado, hasta su resolución utilizando el método de diferencias finitas.

4.2 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Por lo expresado, este proyecto está completamente justificado porque es un aporte académico que beneficiara a todo aquel estudiante de ingeniería así como a los colegas que lo utilicen para profundizar su estudio.

V. ANTECEDENTES TÉCNICOS Y DATOS VINCULADOS A LA INVESTIGACIÓN CON LA PRECISIÓN DE LA FUENTE BIBLIOGRÁFICA.

5.1 ANTECEDENTES DEL ESTUDIO

En la actualidad no se incluye el uso de herramientas computacionales en el análisis y modelación de campos electrostáticos con dominio rectangular o cualquier otro dominio, esto no nos permite analizar y modelar los diferentes comportamientos de los campos en dos dimensiones, es por ello que para contribuir a este propósito se desarrollara esta propuesta que permita incluir en estos modelos y/o estudios el uso de herramientas computacionales y métodos numéricos.

A continuación presento una relación de bibliografías donde podremos encontrar los antecedentes de nuestra investigación.

- ✓ SANCHEZ ´ GARC´IA, IGNACIO F. 1990. Desarrollo de un programa general para el estudio de la interaccion´ de ondas electromagneticas ´ con estructuras bidimensionales conductoras complejas basado en el método de los momentos. Mem. Licenciatura, Universidad de Granada, Spain.

- ✓ SCHENEIDER, J., Y HUDSON, S. 1993. The finite–difference time–domain method applied to anisotropic material. IEEE Trans. on Antennas and Propagation, 41(7), 994–999.SELMIN, V. 1993. The node–centred finite volume approach: bridge beween finite differences and finite elements. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 102, 107–138.

- ✓ Kane S. Yee, “Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations in isotropic media”, IEEE transactions on Antennas and Propagation, vol 14, n0. 3, pp. 302-307, May 1966.

- ✓ SHANKAR, V., HALL, W., Y MOHAMMADIAN, A.H. 1989. A three-dimensional Maxwell's equation solver for computation of scattering from layered media. IEEE Trans. On Magnetics, 25(Jul.), 3098–3103.

- ✓ SHANKAR, V., MOHAMMADIAN, A. H., Y HALL, W. F. 1990. A time–domain, finite–volume treatment for Maxwell's equations. Electromagnetics, 10, 127–145.

- ✓ SHAW, J. A., DURNEY, H. D., Y CRISTENSEN, D. A. 1991. Computer aided design of two–dimensional electric–type hyperthermia applicators using the finite–difference time–domain method. IEEE Trans. on Biomed. Eng., 38, 861–870.

- ✓ SHEEN, D. M., ALI, S. M., ABOUZHARA, M. D., Y KONG, J. A. 1990. Application of the three dimensional finite difference time domain method to the analysis of planar microstrip circuits. IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, 38(7), 849–857.

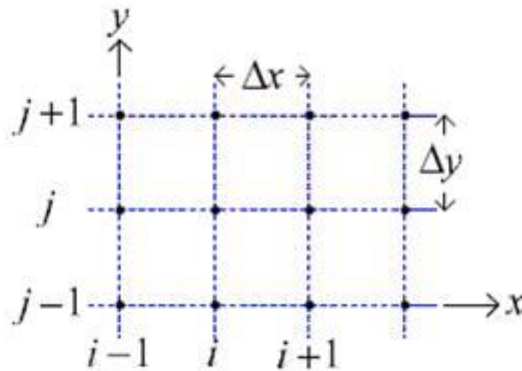
5.2 MARCO TEÓRICO

5.2.1. Ecuación en diferencias finitas

Sea un modelo matemático que rige un sistema continuo que se pretende estudiar, el método de las diferencias finitas es una aproximación discreta realizada de forma dinámica para encontrar la solución numérica, quedando patente la relación existente entre un sistema en diferencias finitas y un sistema de ecuaciones diferenciales.

Un sistema en diferencias finitas se define iterando una transformación f de modo que Xn+1 = f (Xn) en el caso de una única dimensión. En el caso de varias dimensiones los principios básicos aplicables a una dimensión siguen siendo vigentes y nos permiten poder aprovechar el uso de un sistema en diferencias finitas.

En nuestro caso, estudiaremos un sistema en diferencias finitas en dos dimensiones. Para ello, construiremos un conjunto de punto de grilla Xi igualmente espaciados, y también un conjunto de puntos de grilla igualmente espaciados Yj. Obteniendo así, una malla bidimensional.



La región en la cual se requiere la solución está entonces cubierta por una grilla rectangular de diferencias finitas, a través del trazado de líneas paralelas al eje OY, a través de cada punto Xi y de la misma forma, trazando paralelas al eje OX a través de cada punto Yj.

Un punto típico de grilla está dado entonces por las coordenadas (Xi, Yj).

El uso de sistemas en diferencias finitas convierte un problema de ecuaciones diferenciales en un problema algebraico en el cual debe resolverse un cierto número de ecuaciones simultáneas reduciendo considerablemente la dificultad del problema.

Aunque en Numérico todos los datos siempre transmiten información, tenemos que prestar atención al error de truncamiento o cuantización introducido por la discretización para saber si los valores obtenidos son de especial interés en el estudio del sistema que queremos abordar.

Relación con ecuaciones diferenciales.

Cuando resolvemos una ecuación diferencial ordinaria numéricamente, se encuentra a menudo una relación recurrente. Por ejemplo, si aplicamos un método de discretization a la hora de resolver el siguiente problema de valor inicial:

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, (y(t)) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Dado $\Delta t = h$, se pueden calcular los valores

$$\begin{gathered} y_0 = y(t_0) \\ y_1 = y(t_0 + h) \\ y_2 = y(t_0 + 2h) \\ \vdots \end{gathered}$$

de forma recurrente.

En general:

$$y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n).$$

Los sistemas lineares de ecuaciones diferenciales de primer orden pueden ser discretizados de forma exacta analíticamente usando métodos de discretization, como por ejemplo: el método de Euler, método de Euler implícito, método de Heun, fórmulas de cuadratura Adams-Bashford, método Runge-Kutta, etc.

Las aplicaciones de esta discretization en el mundo de la informática son extensas, resaltando la creación de modelos de minería de datos o la simulación con un ordenador de un sistema en tiempo continuo.

5.2.2 Sistemas de ecuaciones en diferencias finitas.

Clasificación de los sistemas en diferencias finitas.

Los sistemas en diferencias finitas se dividen en dos grupos: endomorfismos y automorfismos.

- Endomorfismos

  Diferentes valores de Xn se transforman en los mismos valores de Xn+1 al aplicar la función f. No son invertibles. Por ejemplo:

  - En una dimensión:

    - La ecuación de Malthus: $f(x) = c\,x$

    - Logístico: $f(x) = c\,x\,(1-x)$

  - En dos dimensiones:

    - Exacto: $f(x,y) = (3x + y, x + 3y)$

- Automorfismos

  Cada valor de Xn se transforma en un valor diferente de Xn+1 al aplicar f. Si son invertibles. Por ejemplo:

  - En una dimensión:

    - Circular: $f(x) = f(x+1) - 1$

En dos dimensiones:

- La aplicación de Arnold: f(x,y) = (x + y, x + 2y)

- Sistemas cuadráticos: f(x,y) = (y + 1 - a x2, b x)

Este último ejemplo es el sistema propuesto en el trabajo, cuyo análisis se realizará en apartados posteriores.

Propiedades de los sistemas en diferencias finitas.

Estas propiedades son relativas a los mapas. φ representa un mapa.

- Volumen

Una pregunta importante es saber si un mapa preserva localmente el volumen o no.
Para ello el sistema tiene que cumple lo siguiente:

  - El mapa es diferenciable.
  - El valor absoluto de su determinante Jacobiano es la unidad en todo el mapa, es decir,

$$\left|\det \frac{\partial \phi}{\partial x}\right| = 1.$$

- Disipativos

Un mapa es disipativo si no preserva el volumen.

- Symplectic

Informalmente, un mapa symplectic es un mapa que preserva la suma de las áreas proyectadas sobre el conjunto de los (p_i, q_i) planos. Es la generalización de un mapa que preserva el área.

Un mapa es symplectic si la matriz de su Jacobiano cumple:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^T * \Sigma * \frac{\partial \phi}{\partial x} = \Sigma$$

Donde T es la traspuesta y Σ es una matriz antisimétrica constante ΣT = -Σ. Los mapas symplectic preservan el volumen y el área pero existen mapas que preservan el volumen y que no son symplectic en dimensiones mayores que dos.

- Simétrico

Un mapa es simétrico respecto de una transformación g si

$$g \circ \phi = \phi \circ g$$

- Invertible

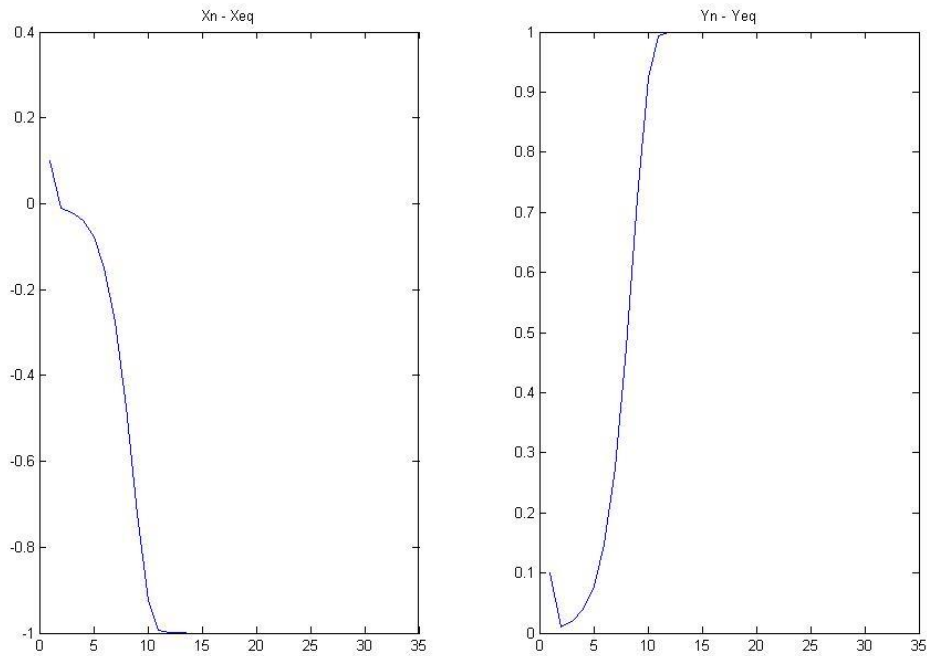
Un mapa es invertible respecto de una transformación θ si

$$\theta \circ \phi \circ \theta = \phi^{-1}$$

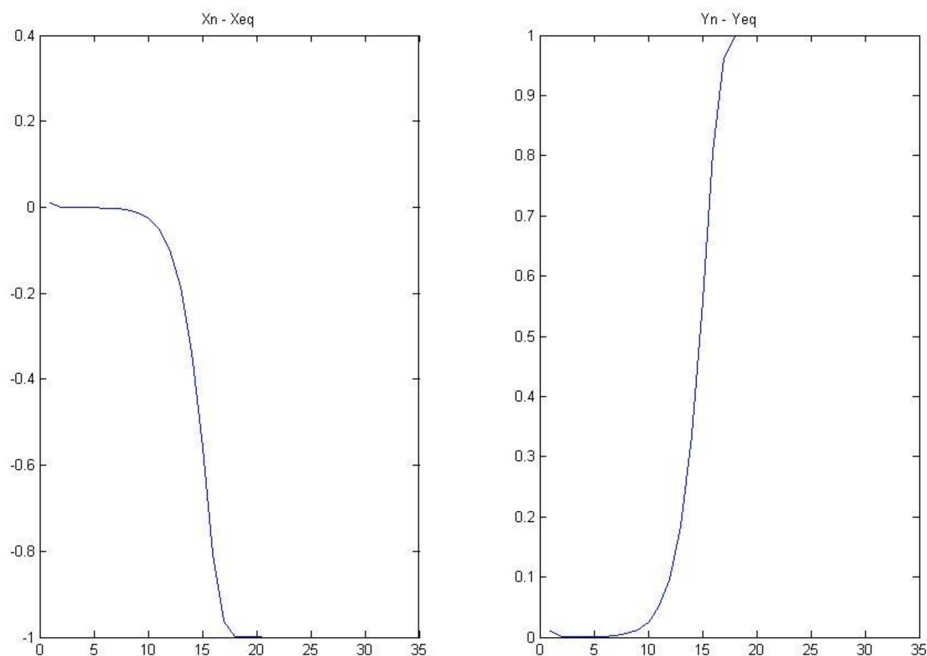
Existen mapas invertibles que no preservan el volumen.

Raíces reales conjugadas.

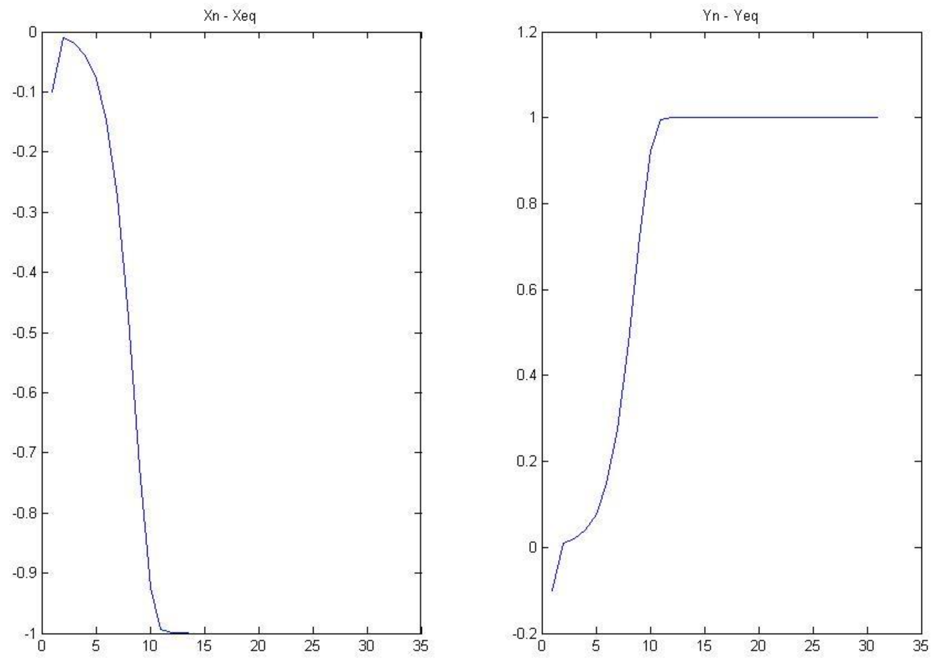
Unos valores de los parámetros que cumplen este caso son: a = 0 y b = 1.



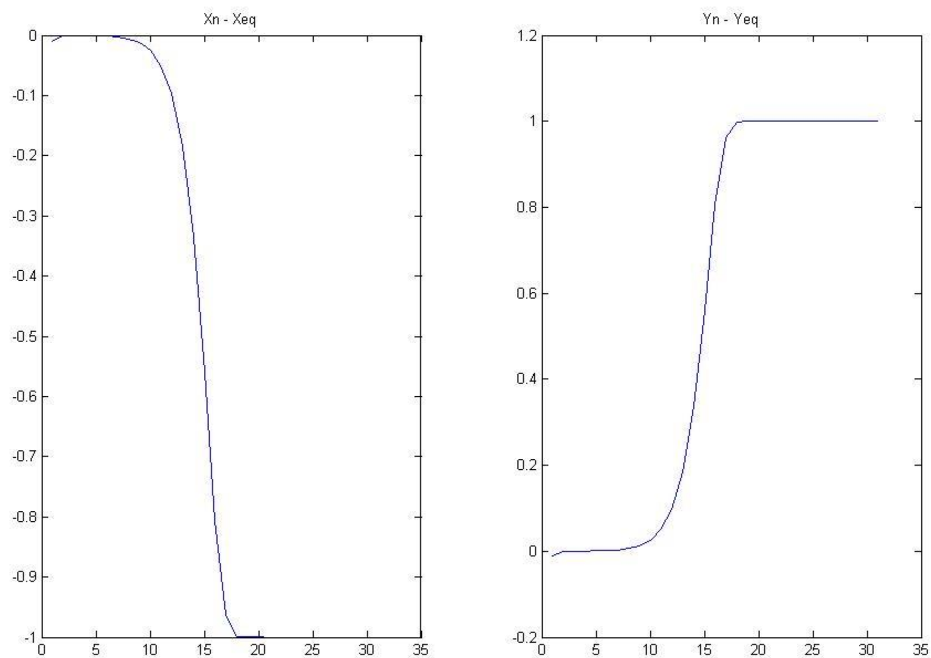
Para α = 0.1, el sistema está acotado con lo cual podemos afirmar que si nos alejamos α = 0.1 del punto de equilibrio el sistema es estable.



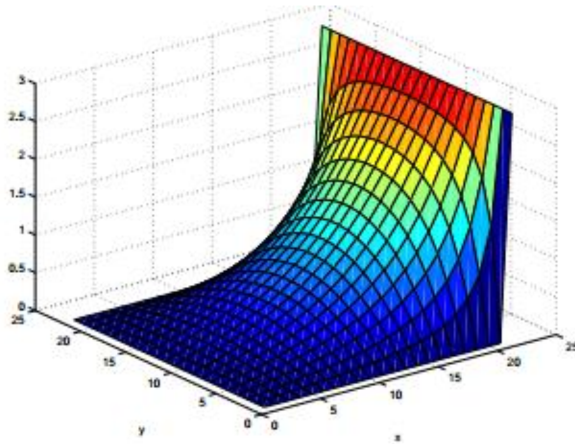
Para α = 0.01, el sistema está acotado por el sistema es estable. En este caso observamos que el sistema tarda más en estabilizarse, alrededor de 18 pasos frente a los 12 anteriores.



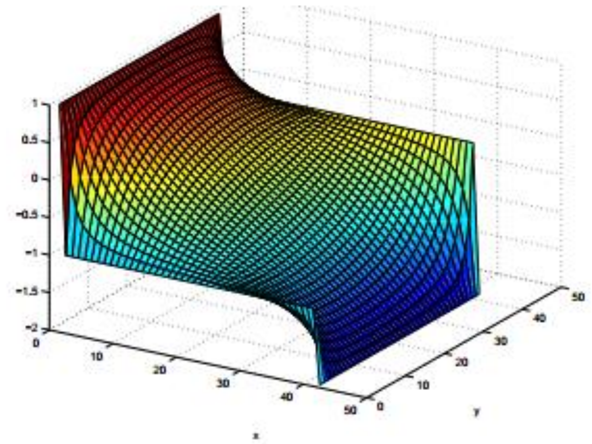
Para α = -0.1, el sistema está acotado y presenta un comportamiento similar al caso α = 0.1.



Para α = -0.01, el sistema está acotado con comportamiento análogo al caso α = 0.01.



(a) $V(x, y)$ estimado usando 20 puntos y $V_1 = 0$, $V_2 = 3$, $V_3 = 0$, y $V_4 = 0$.



(b) $V(x, y)$ estimado usando 40 puntos y $V_1 = -1$, $V_2 = -2$, $V_3 = 0$, y $V_4 = 1$.

Aplicacion del metodo de las Diferencias finitas aplicadas a campos Electrostáticos

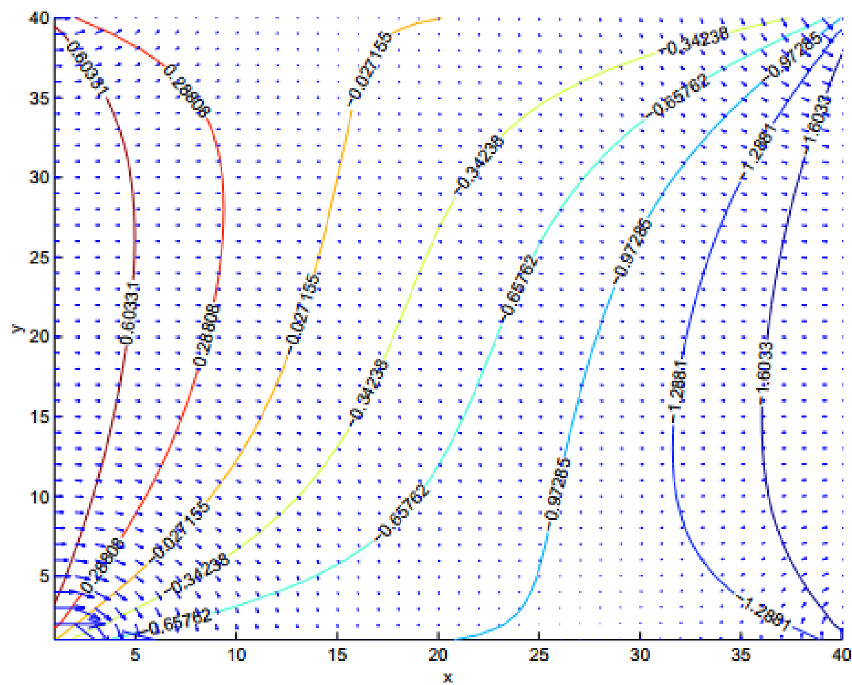


Figura 6: Curvas equipotenciales y líneas de fuerza de $\boldsymbol{E}$ estimadas con el método FD usando 40 puntos con $V_1 = -1$, $V_2 = -2$, $V_3 = 0$, y $V_4 = 1$.

5.3 DEFINICIONES

Diferencias finitas

Es un método utilizado para calcular de manera aproximada las soluciones a las ecuaciones diferenciales usando ecuaciones diferenciales finitas para aproximar derivadas.

Campos Electrostáticos

Las cargas eléctricas no precisan de ningún medio material para influir entre ellas y por ello las fuerzas eléctricas son consideradas fuerzas de acción a distancia. En virtud de ello se recurre al concepto de campo electrostático para facilitar la descripción, en términos físicos, de la influencia que una o más cargas ejercen sobre el espacio que las rodea.

Modelación

Un modelo es una representación de un objeto, sistema o idea, de forma diferente al de la entidad misma. El propósito de los modelos es ayudarnos a explicar el comportamiento del sistema a emplear.

Métodos Numéricos

Los métodos numéricos son técnicas mediante las cuales es posible formular problemas de tal forma que sean resueltas con operaciones aritméticas, Aunque hay muchos tipos de métodos numéricos todos comparten una característica común, llevan cabo un buen número de tediosos cálculos aritméticos.

VI. FORMULACION DE LA HIPÓTESIS

6.1 HIPÓTESIS PRINCIPAL

El uso de Método de las diferencias finitas, permitirá modelar los campos electrostáticos Bidimensionales con dominio rectangular.

6.2 HIPÓTESIS ESPECÍFICA

- El modelado de campos electrostáticos bidimensionales utilizando el método de diferencias finitas, nos permitirá utilizar las herramientas computacionales para buscar la solución numérica.

6.3 DEFINICIÓN DE VARIABLES

Variable Independiente: (X)

Método de las Diferencias Finitas.

Variable dependiente: (Y)

Modelación de los campos electrostáticos bidimensionales.

VII. METODOLOGÍA PARA LA CONSTRASTACIÓN Y DEMOSTRACIÓN DE LA HIPÓTESIS

7.1 TIPO Y DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

El tipo de investigación es del tipo correlacional. El Diseño de la investigación consiste en a) recopilar la información de Campos electrostáticos en dos dimensiones y en el dominio cartesiano (Rectangular) b) aplicar el Método de las diferencias finitas para modelar los campos electrostáticos.

7.2 DETERMINACIÓN DEL UNIVERSO Y MUESTRA

El universo son las fuentes de campos electrostáticos en dos dimensiones, y la muestra es: un sistema rectangular de 4 placas sometidos a diferentes configuraciones de potencia.

7.3 TÉCNICAS ESTADÍSTICAS

La recolección de datos de campo electrostático se dará de acuerdo a las configuraciones que se presenten en las placas de muestra.

VIII. CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

POR ETAPAS Y MESES DE DURACION

	MESES											
ACTIVIDADES	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**	**11**	**12**
1. Recolecciónde información relacionada.	X	X	X									
2. Formular el marco teórico con la información recolectada.				X	X	X						
3. Procesamiento de la Información y sus respectivos análisis.							X	X	X	X		
4. Informe Final.											X	X

IX. RECURSOS, COSTOS Y PRESUPUESTO:

Con respecto a los recursos humanos, contará con un responsable de la investigación.

El costo de inversión, para el desarrollo del presente Proyecto de Investigación corresponde a S/. 3,900.00 (Tres Mil Novecientos con 00/100 nuevos soles) tal como se detalla en el siguiente presupuesto:

Partida	Gasto	Distribución	Cantidad S/.
24	Alimento para personas	30 %	1,200.00
30	Materiales de consumo	40 %	1,800.00
32	Pasajes, gastos y transporte	30 %	900.00
	TOTAL	100 %	3,900.00

X. FORMA DE FINANCIAMIENTO

La Universidad Nacional del Callao, financiará el proyecto de Investigación con recursos económicos provenientes del Fondo Especial de Desarrollo de la Investigación FEDI.

XI. REFERENCIALES

- ✓ SANCHEZ ´ GARC´IA, IGNACIO F. 1990. Desarrollo de un programa general para el estudio de la interaccion´ de ondas electromagneticas ´ con estructuras bidimensionales conductoras complejas basado en el método de los momentos. Mem. Licenciatura, Universidad de Granada, Spain.

- ✓ Kane S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media", IEEE

transactions on Antennas and Propagation, vol 14, n0. 3, pp. 302-307, May 1966.

- ✓ SHANKAR, V., HALL, W., Y MOHAMMADIAN, A.H. 1989. A three-dimensional Maxwell's equation solver for computation of scattering from layered media. IEEE Trans. On Magnetics, 25(Jul.), 3098–3103.

- ✓ SHANKAR, V., MOHAMMADIAN, A. H., Y HALL, W. F. 1990. A time–domain, finite–volume treatment for Maxwell's equations. Electromagnetics, 10, 127–145.

- ✓ SHAW, J. A., DURNEY, H. D., Y CRISTENSEN, D. A. 1991. Computer aided design of two–dimensional electric–type hyperthermia applicators using the finite–difference time–domain method. IEEE Trans. on Biomed. Eng., 38, 861–870.

- ✓ SHEEN, D. M., ALI, S. M., ABOUZHARA, M. D., Y KONG, J. A. 1990. Application of the three dimensional finite difference time domain method to the analysis of planar microstrip circuits. IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, 38(7), 849–857.

XII. FIRMA DEL RESPONSABLE DEL PROYECTO

Mg. Ing. Santiago Linder Rubens Jimenez
Código 1579
Profesor Investigador

Bellavista, 05 Diciembre de 2014

III. ANEXO

"MODELACIÓN DE LOS CAMPOS ELECTROSTATICOS BIDIMENSIONALES CON DOMINIO RECTANGULAR, UTILIZANDO EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS"

	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES E INDICADORES	MÉTODOS Y TÉCNICAS DE INVESTIGACIÓN
GENERAL ¿Permite el método de las diferencias finitas, modelar los campos electrostáticos bidimensionales con dominio rectangular? Y de esta manera buscar la solución numérica.	**OBJETIVO GENERAL** Elaborar Modelos de campos electrostáticos bidimensionales con dominio rectangular utilizando el método de diferencias finitas.	**HIPÓTESIS PRINCIPAL** El uso de Método de las diferencias finitas, permitirá modelar los campos electrostáticos Bidimensionales con dominio rectangular.	**VARIABLE INDEPENDIENTE** Método de Diferencias Finitas Indicadores: 1. Implementación del método con un algoritmo computacional. 2. Sistema de rejillas.	**MÉTODOS:** • Inductivo • Deductivo • Analítico **TÉCNICAS:** • Observación Directa. • Revisión Documentaria.

ESPECIFICO No es posible modela y resolver problemas de campos electrostáticos bidimensionales u analizar la solución obtenida, sin un método computacional.	**OBJETIVO ESPECIFICO** Desarrollar aplicaciones de problemas electrostáticos bidimensionales con dominio rectangular.		**VARIABLE DEPENDIENTE** Modelación de campos Electrostáticos Indicadores: 1. Campo Eléctrico en dos dimensiones 2. Dominio en coordenadas cartesianas.	